1817
ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR

Th. 45364

QA
33
.M54

ARITHMETICA
RATIONALIS.

ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTA QVATVOR

PETRI MENGOLI

Prioris S. Magd. I. V. & Art. D. Colleg. & Mechanici Bononien.

BONONIÆ, M.DC.LXXIV.

Typis Hæredis Victorij Benatij. Superiorum permiſſu.

Hist of sci.
Took
10-16-36
32638

Seneca ad Lucil. Epiſt. 90.

R*Em vtilem deſideras, & ad ſapientiam properanti vtique neceſſariam, diuidi Philoſophiam, & ingens corpus eius in membra diſponi. Facilius enim per partes, in cognitionem totius adducimus.* Et infra. *Philoſophiam in partes, non in fruſta diuidam. Diuidi enim illam, non concidi vtile eſt. Nam comprehendere quemadmodum maxima, ita & minima, difficile eſt. Deſcribitur in tribus populus, in centurias exercitus. Quidquid in maius creuit, facilius agnoſcitur, ſi diſceſsit in partes: quas (vt dixi) innumerabiles eſſe, & paucas non oportet. Idem enim vitij habet nimia, quod nulla diuiſio. Simile confuſo eſt, quidquid vſque in puluerem ſectum eſt.*

Berous vol. 1. Conſil. 100. num. 4.

DOCTORI BENE DISTINGVENTI

CREDENDVM EST,

CVM

ſecundum Senecam,

BENE DISTINGVENS PROXIMVS

SIT VERITATI.

Præ-

Præmonitio ad Lectorem.

QVidam noſtra intelligunt, pauci admodum; quidam non intelligunt, plurimi. Sed ex his aliqui viuidioris, & ſubtilioris Mineruæ, ſi non ſuperbè ſaperent, ſi non per ſaltum, neque curſim, ſed humiliter, patienter, attentè legerent, proculdubio intelligerent; ij præſertim, qui Mathematicæ diſcendi methodo aſſueuerunt: nam in ſingulis noſtris, diſciplinæ fæcunditas infinita, eſt intelligibilitatis argumentum irrefragabile. Qui ſi nolunt: quod ſibi ſentiant obſcura eſſe, quæ tradimus; non vitio noſtro vertant. Nam & Iuriſprudentum dicta, & Medicorum textualium, ſibi ipſis, antequam aſſueſcerent, pariter videbantur obſcura eſſe. Deinde meminerint hoſce libros à nobis, aut nullo, aut vili pretio habuiſſe. Neque enim putauimus in vulgus vendenda eſſe, quæ paucis permiſſum eſt intelligere. Alijs verò, qui nec poſſunt noſtra hæc ſublimiora noua intelligere (nam ne in quorumlibet manus veniant, impoſſibile eſt prohibere) ſi qui forte ſperabant, allecti titulo libelli, ſibi tradi quidquam ex Arithmetica numerali; appendicula hic ſatisfaciam non contemnenda.

Problema Arithmeticum.

INuenire tres quadratos, vt duorum quorumlibet interuallum ſit quadratus, & interuallum laterum ex duobus quibuslibet ſit etiam quadratus.

Aliud Problema Arithmeticum.

QVatuor numeros inuenire, quorum primus ad ſecundum, maior ſit, quam tertius ad quartum: vt ſumma quadratorum primi, & ſecundi, ſit quadratus; & ſumma quadratorum tertij, & quarti, ſit quadratus; & productus ex quatuor ſic inuentis, ſit quadratus.

Fiat tabula ex duabus columnis, vt bini numeri ſint è regione, in vna, & in altera columna, quorum ſumma quadratorum quadratus. In prima ergo columna ſunt omnes numeri à ternario, 3, 4, 5, 6, & deinceps. In ſecunda columna ſunt 4, 3, 12, 8, & deinceps, vt infra. Initium tabulæ eſt huiuſmodi.

3	4
4	3
5	12
6	8

Porro in ſecunda columna alterni à primo ſunt, vt 1 ad 3, vt 2 ad 4, vt 3 ad 5, vt 4 ad 6, & deinceps; nempe 4, 12, 24, 40, 60: reliquorum alterni à ſecundo ſunt, vt 1 ad 5, vt 3 ad 7, vt 5 ad 9, vt 7 ad 11, & deinceps; nempe 3, 15, 35, 63, 99: reliqui à quarto ſunt, vt 1 ad 3, vt 2 ad 4, vt 3 ad 5, vt 4 ad 6, & deinceps; nempe 8, 24, 48, 80, 120, dupli alternorum à primo.

Rurſum ex antecedentibus in prima columna, fiunt eorum conſequentes in ſecunda; his regulis. Si antecedens eſt impar; proximi minor ſemiſſe, & maior toto, producunt conſequentem: ſi antecedens eſt 7; ex 3, & 8, productus 24, eſt conſequens: ſi antecedens eſt 9; ex 4, & 10, productus 40, eſt conſequens. Si antecedens eſt par, proximi minor, & maior ſemiſſe, producunt conſequentem: ſi an-

tece-

tecedens eſt 10; ex 4, & 6, productus 24, eſt conſequens: ſi antecedens eſt 16; ex 7, & 9, productus 63, eſt conſequens.

His addo quod ſi antecedens eſt impar, ſumma quadratorum antecedentis, & conſequentis, eſt quadratus à latere vnitate maiore, quam ſit conſequens: ita ſumma quadratorum 7 antecedentis, & 24 conſequentis, eſt quadratus à 25; & ſumma quadratorum 9 antecedentis, & 40 conſequentis, eſt quadratus à 41. Sed ſi antecedens eſt par, ſumma quadratorum antecedentis, & conſequentis, eſt quadratus à latere binario maiore, quam ſit conſequens: ita ſumma quadratorum 10 antecedentis, & 24 conſequentis, eſt quadratus à latere 26; & ſumma quadratorum 16 antecedentis, & 63 conſequentis, eſt quadratus à 65.

Oportet autem hanc tabulam ita conſcribere, vt nonniſi primi numeri appareant: nempe, aut ipſi, ſi ſunt primi, aut ex quibus primis ipſi ſunt compoſiti. Et erit initium tabulæ huiuſmodi

3.	2, 2.
2, 2.	3.
5.	2, 2, 3.
2, 3.	2, 2, 2.
7.	2, 2, 2, 3.
2, 2, 2.	3, 5.
3, 3.	2, 2, 2, 5.
2, 5.	2, 2, 2, 3.
11.	2, 2, 3, 5.
2, 2, 3.	5, 7.
13.	2, 2, 3, 7.
2, 7.	2, 2, 2, 2, 3.
3, 5.	2, 2, 2, 2, 7.
2, 2, 2, 2.	3, 3, 7.
17.	2, 2, 2, 2, 3, 3.
2, 3, 3.	2, 2, 2, 2, 5.
19.	2, 2, 3, 3, 5.

2, 2, 5.	3, 3, 11.
3, 7.	2, 2, 5, 11.
2, 11.	2, 2, 2, 3, 5.
23.	2, 2, 2, 3, 11.
2, 2, 2, 3.	11, 13.
5, 5.	2, 2, 2, 3, 13.
2, 13.	2, 2, 2, 3, 7.
3, 3, 3.	2, 2, 7, 13.

quæ poterit in infinitum produci.

Iam ergo tentando, quiſque poterit inuenire facile quatuor numeros non proportionales, binos, & binos, quorum productus quadratus. Huiuſmodi autem duo tantum ſunt exempla in tabula, quatenus vt ſupra producta. Nam quatuor non proportionales, duo, antecedens 2, 2, 3, & conſequens 5, 7, & duo, antecedens 3, 5, & conſequens 2, 2, 2, 2, 7, producunt quadratum; nempe 12, 35, 15, 112. Item quatuor non proportionales, duo, antecedens 13, & conſequens 2, 2, 3, 7; & duo, antecedens 3, 3, 3, & conſequens 2, 2, 7, 13, producunt quadratum; nempe 13, 84, 27, 364.

Quare quatuor numeri 112, 15, 35, & 12, ſoluunt ſecundum problema. Nam 112 ad 15, maior eſt, quam vt 35 ad 12. Et ſumma quadratorum 112, & 15, eſt quadratus 113. Et ſumma quadratorum 35, & 12, eſt quadratus 37. Et productus ex quatuor 112, 15, 35, 12, eſt quadratus producti ex 2, 2, 2, 3, 5, 7, nempe 840. Item ſi vice 112, & 15, ſumantur æque proportionales; & vice 35, & 12, æque proportionales, tum alterutrimque, tum vtrimque ſumpti, variant & æquè ſoluunt problema.

Similiter quatuor numeri 364, 27, 84, & 13, ſoluunt idem problema. Nam 364, ad 27, maior eſt, quam 84 ad 13: & ſumma quadratorum 364, & 27, eſt quadratus 365: & ſumma quadratorum 84, & 13, eſt quadratus 85. Et productus ex 364, 27, 84, 13, eſt quadratus producti ex 2, 2, 3, 3, 7, 13, nempe 3277. Item æque proportionales 364,

& 27,

& 27, aut 84, & 13, alterutrimque, vel vtrimque ſubſtituti, variant, & æque ſoluunt problema.

Poſſunt ergo tentando, in tabula in infinitum producta, quatuor numeri inueniri, primus, ſecundus, tertius, & quartus, p, s, t, q: quorum p ad s, maior ſit, quam vt t ad q: & quorum $p2 \dagger s2$ quadratus; & $t2 \dagger q2$ quadratus; & $pstq$ quadratus. Poſſunt etiam variari, per æque proportionalium ſumptiones, ad eiuſdem ſolutionem problematis $3p, 3s, 2t, 2q$; aut $5p, 5s, 7t, 7q$, & aliter quocunque modo.

Pro ſolutione autem primi problematis, oportet quatuor huiuſmodi numeros inuenire, quorum primus maximus omnium. Nam ſemidifferentia inter aggregatum quadratorum, à producto primi, & tertij, & producto ſecundi, & quarti, & aggregatum quadratorum, à producto primi, & quarti, & producto ſecundi, & tertij, eſt minimus quidam numerus: cui additus quadratus differentiæ productorum à primo, & quarto, & à ſecundo, & tertio, facit medium quemdam numerum: & cui medio additus quadruplus productus à primo, ſecundo, tertio, & quarto, facit maximum numerum: quorum minimi, medij, & maximi, tres quadrati ſoluunt primum problema.

Minimus inquam numerus eſt $p2t2 \dagger s2q2 - p2q2 - s2t2$ (2). Minimo additus $p2q2 - 2pstq \dagger s2t2$, facit medium. Medio additus $4pstq$, facit maximum. Quorum ex conſtructione patet minimi, & medij differentiam eſſe quadratum à radice $pq - st$. Et quia $pstq$, eſt quadratus ex hypotheſi, patet $4pstq$, eſſe quadratum, differentiam medij, & maximi. Et eſt minimi, & maximi differentia $p2q2 \dagger 2pstq \dagger s2t2$, quadratus à radice $pq \dagger st$.

Rurſum minimi, & medij, ſumma eſt $p2t2 - 2pstq \dagger s2q2$, quadratus à radice $pt - sq$. Minimi, & maximi, ſumma eſt $p2t2 \dagger 2pstq \dagger s2q2$, quadratus à radice $pt \dagger sq$. Medij, & maximi ſumma eſt, $p2t2 \dagger s2q2 \dagger p2q2 \dagger s2t2$,

pro-

productus à $p\ 2 \dagger s\ 2$ quadrato, per $t\ 2 \dagger q\ 2$, quadratum, & ipſe quadratus.

Sed quorum ſumma, & differentia ſunt quadrati, eorum à ſumma, & differentia productus, differentia eſt quadratorum, & ipſe quadratus. Ergo minimi, & medij; minimi, & maximi; medij, & maximi, differentiæ quadratorum ſunt quadrati: & à minimo, medio, & maximo ſic vt ſupra inuentis, tres quadrati ſoluunt primum problema.

Itaque pro quatuor numeris ſecundi problematis 112, 15, 35, 12, tres numeri ſunt 6658419½, 7329180½, 10151580½; vel eorum quadrupli 26633678, 29316722, 40606322, quorum quadrati, ſatisfaciunt primo problemati.

Itē pro quatuor numeris ſecundi problematis 364, 27, 84, 13, tres numeri ſunt 453739664½, 459810960½, 502739664½, vel eorum quadrupli 1814958658, 1839243842, 2010958658, quorum quadrat., ſatisfaciunt primo problemati.

PRÆ-

PRÆFATIO.

NVmerorum doctrina, præ omnibus naturaliter perſpecta, intelligentia potius mihi videtur, quam ſcientia: nam ſemper, tametſi nouas, & admirabiles, tamen immediata faciles euidentia, profert concluſiones exquiſitoribus.

Huius vnam partem numerorum, quos numerantes vocant, fœliciter ab anteceſſoribus Mathematicis inſtitutam accepi; & in Opuſculis Via Regia, Nouæ Quadraturæ, Geometria Specioſa, Circolo, Muſica Specolatiua nuncupatis, promoui: Alteram vero potiorem partem numeratorum numerorum, non habens, quæſiui; & ecce inueni: quam in vltimo Opuſculo Anno, tunc meditabundus pollicebar; atque hic ſtudioſis veritatis lubens offero.

Subdiuiditur hæc pars in duas Arithmeticas, Rationalem, & Realem. Rationalem voco à rationibus numeratis: Realem, à rebus.

Rationalis mihi accidit, ex vſu longo Spe-

cioſæ Algebræ: quo animaduerti, quod in communi Logica, à Philoſophis hucuſque vſurpata, quæ Organum dicitur Ariſtotelis, vna pars princeps artis vacat, de diuiſione. Quo in loco noſtra hac eſſe deinceps poterit Arithmetica.

Itaque ad euidentiam, Mathematicæ vſus methodo elementari, qua ipſe quoque Ariſtoteles in libris Priorum, quatuor Arithmeticæ Rationalis elementa compoſui, quatenus oſtenderem, hanc noſtram contemplationem, innumerabilium theorematum fæcundam eſſe.

Realem Arithmeticam, mihi diuinitus traditam, luminique affuſam naturæ (non enim eſt abbreuiata manus Domini) alia poſterius methodo intelligentiæ propria, per deſcriptiones, & diuiſiones, ex Rationali ſcilicet Arithmetica, conferam in commune, ſi per Principum licentiam potero.

ARI-

ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM PRIMVM.

DEFINITIONES.

1 Signum eſt, quo vtimur ad ſignificandum.
2 Significabile eſt, quod ſigno aliquo ſignificamus.
3 Signa ſunt, in voce, in ſcripto, in nutu, in geſtu, & picta, & ſculpta, in phantaſia, in mente, in alioue quolibet exteriori, aut interiori ſignificandi inſtrumento.
4 Terminus dicetur, ſignum in mente. aliàs, Ratio.
5 Terminabile dicetur, termino ſignificabile.
6 Congruentes dicentur duo termini, quorum alterutro omne terminabile, eſt & altero terminabile.
7 Contradictorij dicentur duo termini, quorum omne non alterutro terminabile, eſt altero terminabile.
8 Duorum terminorum dicetur vnus in altero contineri, quorum vno omne terminabile, eſt & altero terminabile; ſed non è contra.
9 Vnus quidem dicetur, Contentus.
10 Alter verò, Continens.
11 Contrarij dicentur duo termini, quorum alteruter, in alterius contradictorio continetur.
12 Aduerſi dicentur duo termini, quorum alteruter, alterius continet contradictorium.
13 Diuerſi dicentur duo termini, qui neque congruentes, neque contradictorij ſunt, neque continens, & contentus, neque contrarij, neque aduerſi.
14 Supremus dicetur terminus, qui in nullo alio termino continetur.

15 Ex duobus terminis, limitatus vnus terminus dicetur, quo ſignificamus id ſolùm, quod vtriſque ſimul eſt terminabile.

16 Ex tribus, aut pluribus terminis, limitatus vnus terminus dicetur, quo ſignificamus id ſolùm, quod ſimul omnibus eſt terminabile.

17 Et ex quibus limitatus eſt terminus, limitantes dicentur.

18 Ex duobus terminis cumulatus vnus terminus dicetur, quo ſignificamus omne terminabile, quod eſt alterutro terminabile, & non aliud quidpiam.

19 Item ex tribus, aut pluribus terminis, cumulatus vnus terminus dicetur, quo ſignificamus omne, quod eſt ſingillatim omnibus terminabile, & non aliud quidpiam.

20 Et ex quibus cumulatus eſt terminus, cumulātes dicētur.

AXIOMATA.

1 SI trium terminorum primus congruit ſecundo, & ſecundus tertio: etiam primus congruit tertio.

2 Quod ſi primus congruit ſecundo, & ſecundus in tertio continetur: etiam primus in tertio continetur.

3 Item ſi primus in ſecundo continetur, & ſecundus tertio congruit: primus in tertio continetur.

4 Quod ſi primus in ſecundo continetur, & ſecundus in tertio: etiam primus in tertio continetur.

5 Limitatum ex aliquot terminis, limitant ex ijſdem omnibus, quomodolibet aſſumptis, termini limitati.

6 Cumulatum ex aliquot terminis, cumulant ex ijſdem omnibus, quomodolibet aſſumptis, termini cumulati.

POSTVLATA.

1 POſtuletur, vt dati cuiuſque termini non ſupremi, contradictorium terminum aſſumere concedatur.

2 Et ex datis duobus non contradictorijs, neque contrarijs quibuſque terminis, limitatum aſſumere.

3 Et ex datis duobus quibuſque, cumulatum aſſumere.

THEO-

THEOREMA PRIMVM. PROPOSITIO PRIMA.

Contradictorij congruentium, ſunt congruentes.

Hypotheſis.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto congruentes *A*, *B*.

Dico etiam *a*, *b*, congruentes eſſe.

Demonſtratio.

def. 6. Si *a*, *b*, non ſunt congruentes; non omne terminabile alterutro *a*, *b*, erit altero terminabile: aſſignabitur ergo *c*, terminabile termino *a*, & non terminabile termino *b*: ergo *c*, erit terminabile termino *B*, def. 7. & non terminabile termino *A*: ergo *A*, *B*, non erunt congruentes, contra hypotheſim. Ergo *a*, *b*, def. 6. ſunt congruentes. Quod demonſtrare oportebat.

Quare contradictorij congruentium, ſunt congruentes.

Theor. 2. Prop. 2.

Contradictorij contradictoriorum, ſunt contradictorij.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto contradictorij *A*, *B*.

Dico etiam *a*, *b*, contradictorios eſſe.

Demonſtr.

def. 7. Omne terminabile termino *a*, eſt terminabile non termino *A*, & eſt terminabile termino *B*, & eſt terminabile non termino *b*. Similiratione oſtendetur, quod omne terminabile non termino *a*, eſt terminabile termino *b*. Et è conuerſo omne terminabile termino *b*, eſt terminabile non termino *a*. Et omne terminabile non termino *b*, eſt terminabile termino *a*. Ergo *a*, *b*, ſunt contradictorij. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 3. Prop. 3.

Contradictorius continentis, continetur in contradictorio contenti.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & *A* contineat ipſum *B*. Dico *a* contineri in *b*.

Demonſtr.

Omne terminabile termino *a*, vel eſt etiam terminabile termino *b*, vel non: ſi non; aſſignabitur *c*, ter-
def.7. minabile termino *a*, & non termino *b*; ideoque terminabile termino *B*, & non termino *A*; ergo *B*,
def.8. non continebitur in *A*, contra hypotheſim. Omne ergo terminabile termino *a*, eſt etiam terminabile
def.6. termino *b*: ſed & vel è conuerſo, vel non. Si è con-
p. h. uerſo; erunt *a*, *b* congruentes: quorum contradictorij *A*, *B*, erunt congruentes: & non *A* continet ipſum *B*, contra hypotheſim. Ergo omne termi-
def.6. nabile termino *a*, eſt etiam terminabile termino *b*, & non è conuerſo. Ergo *a*, continetur in *b*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 4. Prop. 4.

Contradictorij contrariorum, ſunt aduerſi.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*, *B*, *b*: & ſunto *A*, *B*, contrarij. Dico *a*, *b*, eſſe aduerſos.

Demonſtr.

def.11. *A* in *b*, continetur; & *B* in *a*: & *b*, continet *A*; & *a*
def.12. continet *B*: ideoque *a*, *b*, ſunt aduerſi. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 5. Prop. 5.

Contradictorij aduerſorum, ſunt contrarij.

Hy-

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b* : & ſunto aduerſi *A*, *B*.
Dico *a*, *b*, contrarios eſſe.

Demonſtr.

def.12. | *A* continet *b*; *B* continet *a* : ideoque *a* in *B*; & *b* in *A* continetur: ergo *a*, *b*, ſunt contrarij. Quod, &c.
def.11.
| Quare, &c.

Theor. 6. Prop. 6.

Contradictorij diuerſorum, ſunt diuerſi.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b* : & ſunto diuerſi *A*, *B*.
Dico *a*, *b*, diuerſos eſſe.

Demonſtr.

p. h. | Non enim *a*, *b*, ſunt congruentes; alioquin *A*, *B*, eſſent congruentes: neque *a*, *b*, contradictorij; alio-
2. h. quin *A*, *B*, eſſent contradictorij: neque *a*, contine-
3. h. tur in *b*; alioquin *A*, contineret *B*: neque *a*, continet *b*; alioquin *A*, contineretur in *B*: neque *a*, *b*, ſunt
4. h. contrarij; alioquin *A*, *B*, eſſent aduerſi: neque *a*, *b*, ſunt aduerſi; alioquin *A*, *B*, eſſent contrarij. Quæ
5. h. omnia ſunt contra hypotheſim, qua dicitur quod *A*, *B*, ſunt diuerſi. Ergo etiam *a*, *b*, ſunt diuerſi.
def.13. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 7. Prop. 7.

Congruentium alteruter, ad alterius cõtradictorium eſt contradictorius.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b* : & ſunto *A*, *B*, congruentes.
Dico eſſe binos contradictorios *A*, *b*, & *B*, *a*.

Demonſtr.

p. h. | Quoniam *A*, *B*, ſunt congruentes; etiam *a*, *b*, ſunt

con-

def.7. def.6. congruentes. Omne terminabile non termino *A*, eſt terminabile termino *a*; & eſt terminabile termino *b*. Item omne terminabile non termino *b*, eſt terminabile termino *B*; & eſt terminabile ter-
def.7. mino *A*. Ergo *A*, *b*, ſunt contradictorij. Ergo
p.h. etiam *B*, *a*, ſunt contradictorij. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 8. Prop. 8.

Contradictoriorum alteruter, ad alterius contradictorium eſt congruens.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: item ſunto contradictorij *A*, *B*.

Dico *A*, *b*, eſſe congruentes; item *B*, *a*, congruentes.

Demonſtr.

2.h. Quoniam *A*, *B*, ſunt contradictorij; etiam *a*, *b*, ſunt
def.7. contradictorij. Omne terminabile termino *A*, eſt terminabile non termino *a*; & eſt terminabile termino *b*. Item omne terminabile termino *b*,
def.6. eſt terminabile non termino *a*; & eſt terminabile termino *A*. Ergo *A*, *b*, ſunt congruentes. Ergo
p.h. etiam *B*, *a*, ſunt congruentes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Continens, ad contenti contradictorium eſt aduerſus.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & *A*, contineat ipſum *B*.

Dico *A*, *b*, eſſe aduerſos.

Demonſtr.

3.h. Quoniam *A*, continet *B*; *a*, continetur in *b*: & *b*, con-
def.12. tinet *a*; & *A*, continet *B*: ergo *A*, *b*, ſunt aduerſi.
Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Contentus ad continentis contradictorium eſt contrarius.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & *A*, contineatur in *B*. Dico *A*, *b*, eſſe contrarios.

Demonſtr.

9. *b.* | Quoniam *B*, continet *A*; *a*, *B*, ſunt aduerſi: Ergo
5. *b.* | *A*, *b*, ſunt contrarij. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 11. Prop. 11.

Diuerſorum alteruter, ad alterius contradictorium eſt diuerſus.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & *A*, *B*, diuerſi. Dico *A*, *b*, eſſe diuerſos; item *a*, *B*, diuerſos.

Demonſtr.

7. *b.* | Non enim *A*, *b*, ſunt congruentes; alioquin *A*, *B*, eſ-
8. *b.* | ſent contradictorij: neque *A*, *b*, contradictorij;
alioquin *A*, *B*, eſſent congruentes: neque *A*, con-
9. *b.* | tinet *b*; alioquin *A*, *B*, eſſent aduerſi: neque *A*, con-
10. *b.* | tinetur in *b*; alioquin *A*, *B*, eſſent contrarij: neque
def. 12. | *A*, *b*, ſunt aduerſi; alioquin *A*, contineret *B*: ne-
que *A*, *b*, ſunt contrarij; alioquin *A*, contineretur
def. 11. | in *B*. Quæ omnia ſunt contra hypotheſim, quæ
def. 13. | dicitur, quod *A*, *B*, ſunt diuerſi: Ergo etiam *A*, *b*,
6. *b.* | ſunt diuerſi: ergo & *a*, *B*, ſunt diuerſi. Quæ, &c.
Quare, &c.

Theor. 12. Prop. 12.

Terminabile alterutro duorum limitantium, & non limitato; neque altero eſt terminabile.

Hypoth.

Ex duobus limitantibus *A*, *B*, eſto terminus limitatus *A*, *B*:

& eſto *C*, terminabile termino *A*, ſed non limitato *A*, *B*.

Dico *C*, neque termino *B*, terminabile eſſe.

Demonſtr.

def. 15. | Si *C*, eſſet terminabile termino *B*; cum ſit etiam terminabile termino *A*; eſſet terminabile vtriſque ſimul terminis *A*, *B*; & eſſet terminabile limitato *A B*, contra hypotheſim. Ergo *C*, eſt terminabile non termino *B*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Terminabile cumulato termino, & non alterutro cumulantium; vtique altero eſt terminabile.

Hypoth.

Ex duobus cumulantibus *A*, *B*, eſto terminus cumulatus *A B*: & eſto *C*, terminabile cumulato *A B*, ſed non termino *A*.

Dico *C*, terminabile eſſe termino *B*.

Demonſtr.

def. 18. | Si *C*, non eſſet terminabile termino *B*; cum neque ſit terminabile termino *A*; non erit alterutro *A*, *B*, terminabile: neque erit terminabile cumulato *A B*, contra hypotheſim. Ergo *C*, eſt terminabile termino *B*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 14. Prop. 14.

Limitatus ad vnumquemlibet limitantium, aut eſt congruens, aut contentus.

Hypoth.

Ex duobus *A*, *B*, eſto limitatus *A B*.

Dico limitatum *A B*, ad *A*, aut congruentem eſſe, aut contentum; & ſimiliter ad *B*.

Demonſtr.

def. 15. | Nam omne terminabile limitato *A B*, eſt terminabile

bile termino *A* : & vel è conuerſo, vel non. Si è
def 6. conuerſo; limitatus *A B*, ad *A*, eſt congruens. Si
def. 8. non è conuerſo; limitatus *A B*, continetur in *A*.
Ergo limitatus *A B*, ad *A*, vel eſt congruens, vel
contentus: Similiter oſtendetúr, quod limitatus
A B, ad *B*, vel eſt congruens, vel contentus. Quę, &c.
Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Cumulatus ad vnumquemlibet cumulantium, aut eſt congruens, aut continens.

Hypoth.

Ex duobus *A*, *B*, eſto cumulatus *A B*.

Dico cumulatum *A B*, ad *A*, aut congruentem eſſe, aut continentem; & ſimiliter ad *B*.

Demonſtr.

def. 18. Nam omne terminabile termino *A*, eſt terminabile
cumulato *A B*; & vel è conuerſo, vel non. Si è
def. 6. conuerſo; cumulatus *A B*, ad *A*, eſt congruens.
def. 8. Si non è conuerſo; *A*, in cumulato *A B*, continetur.
Ergo cumulatus *A B*, ad *A*, vel eſt congruens, vel
continens. Similiter oſtendetur, quod cumulatus
AB, ad *B*, vel eſt congruens, vel cõtinens. Quæ, &c.
Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Limitatus ad cumulatum, quorum ijdem ſunt limitantes, & cumulantes, aut eſt congruens, aut contentus.

Hypoth.

Ex ijſdem *A*, *B*, ſunt limitatus *A B*, & cumulatus *A B*.

Dico limitatum *A B*, ad cumulatum *A B*, congruentem eſſe, vel contentum.

Demonſtr.

14. *h.* Limitatus *A B*, ad *A*, vel eſt congruens, vel conten-
15. *h.* tus. Et *A*, ad cumulatum *A B*, vel eſt congruens,

axx. vel contentus. Ergo limitatus *A B*, ad cumulatum *A B*, vel eſt congruens, vel contentus. Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 17. Prop. 17.

Limitatus, & ex contradictorijs limitantium cumulatus, inuicem ſunt contradictorij.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & ex *A*, *B*, limitatus *A B*; & ex *a*, *b*, cumulatus *a b*.

Dico limitatum *A B*, & cumulatum *a b*, eſſe contradictorios.

Demonſtr.

def.18. def.7. Omne terminabile non cumulato *a b*, eſt terminabile non termino *a*, neque termino *b*: ideoque terminabile eſt termino *A*, & termino *B*: & vtriſque def.15. ſimul, & non ſeorſim; alioquin eſſet terminabile vno, vel altero *a*, *b*: atque ideo etiam terminabile def.15. eſt limitato *A B*. E'conuerſo, omne terminabile non limitato *A B*, eſt terminabile non vtroque def.7. ſimul *A*, & *B*; ſed vel ſeorſim vno *A*, & non *B*, vel vno *B*, & non *A*, vel neutro, non *A*, nec *B*: ideoque def.18. eſt terminabile, vel termino *b*, vel termino *a*: & eſt terminabile cumulato *a b*. Ergo limitatus def.7. *A B*, & cumulatus *ab*, ſunt cõtradictorij. Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 18. Prop. 18.

Cumulatus, & ex contradictorijs cumulantium limitatus, inuicem ſunt contradictorij.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & ex *a*, *b*, cumulatus *a b*; & ex *A*, *B*, limitatus *A B*.

Dico cumulatum *a b*, & limitatum *A B*, eſſe contradictorios.

De-

Demonſtr.

17. *h.* Limitatus *A B*, & cumulatus *a b*, ſunt contradicto-
rij. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 19. Prop. 19.

Ex duobus congruentibus limitatus eſt vtrique congruens.

Hypoth.

Sunto *A*, *B* congruentes: & ex his limitatus *A B*.
Dico *A*, *B*, & limitatum *A B*, eſſe congruentes.

Demonſtr.

def. 15. Omne terminabile limitato *A B*, eſt etiam terminabile termino *A*: & vel è conuerſo, vel non. Si non; *12. h.* aſſignetur *C*, terminabile *A*, & non limitato *A B*: *def. 6.* eritque *C*, terminabile non termino *B*: & non erunt *A*, *B*, congruentes, contra hypotheſim. Ergo omne terminabile termino *A*, eſt terminabile *def 6.* limitato *A B*. *ax. p.* Ergo *A*, & limitatus *A B*, ſunt congruentes. Ergo *B*, & limitatus *A B*, ſunt congruentes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 20. Prop. 20.

Ex duobus congruentibus cumulatus, eſt vtrique congruens.

Hypoth.

Sunto *A*, *B*, congruentes: & ex his cumulatus *A B*.
Dico *A*, *B*, & cumulatum *A B*, eſſe congruentes.

Demonſtr.

def. 18. Omne terminabile termino *A*, eſt etiam terminabile cumulato *A B*: & vel è conuerſo, vel non. Si *13. h.* non; aſſignetur *C*, terminabile cumulato *A B*, & non termino *A*; ideoque terminabile termino *B*: *def. 6.* & non erunt *A*, *B* congruentes, contra hypotheſim. Ergo omne terminabile cumulato *A B*, eſt *def. 6.* terminabile termino *A*. Ergo *A*, & cumulatus *AB*,
ſunt

ax. p. ſunt congruentes. Ergo *B*, & cumulatus *AB*, ſunt congruentes. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 21 Prop. 21.

Ex duobus contradictorijs nullus eſt limitatus.

Hypoth.

Sunto *A*, *a*, contradictorij.

Dico ex *A*, *a*, nullum eſſe limitatum.

Demonſtr.

def. 7. Omne terminabile termino *A*, eſt terminabile non termino *a*: & è conuerſo. Ergo nullum eſt aſſignabile terminabile ſimul vtroque *A*, *a*. Ergo ex

def. 15. *A*, *a*, nullus eſt limitatus. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 22. Prop. 22.

Ex duobus contradictorijs cumulatus eſt ſupremus.

Hypoth.

Sunto *A*, *a*, contradictorij.

Dico ex *A*, *a*, cumulatum eſſe ſupremum.

Demonſtr.

Aſſignetur terminus *B*, ſi poteſt, in quo cumulatus ex

def. 8. *A*, *a*, continetur: eritque aliquod terminabile termino *B*, & non cumulato ex *A*, *a*; ideſt neque termino *A*, neque termino *a*: Ergo non omne terminabile non termino *A*, eſt terminabile termino *a*; & non omne terminabile non termino *a*, eſt

def. 7. terminabile termino *A*: ideoque *A*, *a*, non ſunt contradictorij, contra hypotheſim. Ergo nullus eſt terminus, in quo cumulatus ex *A*, *a*, contineatur.

def. 14. Ergo cumulatus ex *A*, *a*, eſt ſupremus. Quod, &c.

Quare, &c.

Theo-

Theor. 23. Prop. 23.

Ex duobus contento, & continente, limitatus congruit contento.

Hypoth.

A, continetur in *B*: & ex his limitatus eſt *A B*.

Dico *A*, & limitatum *A B*, eſſe congruentes.

Demonſtr.

def. 15. Omne terminabile limitato *A B*, eſt terminabile termino *A*; & vel è conuerſo, vel non. Si non: ergo aliquod terminabile termino *A*, erit terminabile non limitato *A B*: ideoque erit terminabile non termino *B*: & *A*, non continebitur in *B*, contra hypotheſim. Ergo omne terminabile termino *A*, eſt terminabile limitato *A B*: Ergo *A*, & limitatus *A B*, ſunt congruentes. Quod, &c.
(margin: 12. h.; def. 8.; def. 6.)

Quare, &c.

Theor. 24. Prop. 24.

Ex duobus continente, & contento, cumulatus congruit continenti.

Hypoth.

A, continet *B*: & ex his cumulatus eſt *A B*.

Dico *A*, & cumulatum *A B*, congruere.

Demonſtr.

def. 18. Omne terminabile termino *A*, eſt terminabile cumulato *A B*: & vel è conuerſo, vel non. Si non: erit aliquod terminabile cumulato *A B*, & non termino *A*: ideoque terminabile termino *B*: non ergo *B*, continebitur in *A*, contra hypotheſim. Ergo omne terminabile cumulato *A B*, eſt terminabile termino *A*. Ergo *A*, & cumulatus *A B*, congruunt. Quod, &c.
(margin: 13. h.; def. 8.; def. 6.)

Quare, &c.

The-

Theor. 25. Prop. 25.

Ex duobus contrarijs, nullus eſt limitatus.

Hypoth.

A, *B*, ſunt contrarij.

Dico ex *A*, *B*, nullum eſſe limitatum.

Demonſtr.

def. 11. Quoniam *A*, *B*, ſunt contrarij, alteruter in alterius
def. 8. contradictorio continetur: & omne terminabile
termino *A*, eſt terminabile non termino *B*; & om-
def. 7. ne terminabile termino *B*, eſt terminabile non ter-
mino *A*. Ergo non poteſt aſſignari terminabile
def. 15. vtroque ſimul *A*, *B*. Ergo ex *A*, *B*, nullus eſt limi-
tatus. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 26. Prop. 26.

Cumulatus ex contrarijs, continet cumulantes.

Hypoth.

A, *B*, ſunt contrarij: & ex his cumulatus *A B*.

Dico cumulatum *A B*, continere *A*, & continere *B*.

Demonſtr.

15. *h.* *A*, vel congruit, vel continetur in cumulato *A B*. Si
congrueret, quoniam cumulatus *AB*, vel congruit,
axx. vel continet ipſum *B*; ergo *A*, vel congrueret, vel
def. 6. contineret *B*; & omne terminabile termino *B*, eſ-
& 8. ſet terminabile termino *A*; & *B* non contineretur
in contradictorio *A*; & non eſſent *A*, *B*, contrarij,
def. 11. contra hypotheſim. Ergo *A*, continetur in cumu-
lato *A B*. Similiter oſtendetur quod *B*, contine-
tur in cumulato *A B*. Ergo cumulatus *A B*, con-
tinet *A*, & continet *B*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 27. Prop. 27.

Limitatus ex aduerſis, in limitantibus continetur.

Hypoth.

A, *B*, ſunt aduerſi: & ex his limitatus *A B*.
Dico limitatum *A B*, in *A*, contineri, & in *B*, contineri.

Demonſtr.

14. *h.* Limitatus *A B*, vel congruit, vel continetur in *A*. Si congrueret, quoniam limitatus *A B*, vel congruit, *axx.* vel continetur in *B*; etiam *A*, vel congrueret, vel *def. 6.* contineretur in *B*; & omne terminabile termino *A*, *& 8.* eſſet terminabile termino *B*; & non eſſet aliquod terminabile termino *A*, & non termino *B*; & *A*, non contineret contradictorium *B*; & non eſſent *def. 12.* *A*, *B* aduerſi, contra hypotheſim. Ergo limitatus *A B*, continetur in *A*. Similiter oſtendetur, quod etiam continetur in *B*. Quæ, &c.

Quare, &c.

Theor. 28. Prop. 28.

Cumulatus ex aduerſis, eſt ſupremus.

Hypoth.

A, *B* ſunt aduerſi: & ex his cumulatus *A B*.
Dico cumulatum *A B*, eſſe ſupremum.

Demonſtr.

15. *h.* Cumulatus *A B*, continet, vel congruit *B*: & *B* conti- *def. 12.* net contradictorium *A*: Ergo cumulatus *A B*, continet contradictorium *A*. Sed cumulatus *AB*, con- *axx.* tinet, vel congruit *A*: non autem congruit, alio- 15. *h.* quin *A*, ſuum contradictorium contineret: Ergo *ax. 3.* cumulatus *A B*, continet *A*, & continet eius contradictorium. Sed omne terminabile, aut *A*, aut *def. 7.* eius contradictorio eſt terminabile: ergo omne terminabile, eſt terminabile cumulato *A B*. Ergo *def. 8.* nullus eſt alius terminus aſſignabilis, in quo cumu-

def. 14. latus *A B*, contineatur. Ergo cumulatus *A B*, eſt ſupremus. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 29. Prop. 29.

Limitatus ex diuerſis in limitantibus continetur.

Hypoth.

A, *B*, ſunt diuerſi: & ex his limitatus *AB*.

Dico limitatum *A B*, contineri in *A*, & contineri in *B*.

Demonſtr.

14. h. Limitatus *A B*, vel congruit, vel continetur in *A*. Si congrueret, quoniam limitatus *A B*, vel congruit,
axx. vel continetur in *B*; etiam *A*, vel congrueret, vel contineretur in *B*; & non eſſent *A*, *B*, diuerſi, con-
def. 13. tra hypotheſim. Ergo limitatus *A B*, continetur in *A*. Similiter oſtendetur, quod limitatus *A B*, continetur in *B*. Quæ, &c.

Quare, &c.

Theor. 30. Prop. 30.

Cumulatus ex diuerſis continet cumulantes.

Hypoth.

A, *B*, ſunt diuerſi: & ex his cumulatus *A B*.

Dico cumulatum *A B*, continere *A*, & continere *B*.

Demonſtr.

15. h. Cumulatus *A B*, vel congruit, vel continet *A*. Si
axx. congrueret, quoniam etiam congruit, vel continet *B*; etiam *A* congrueret, vel contineret *B*; &
def. 13. non eſſent *A*,*B*, diuerſi, contra hypotheſim. Ergo cumulatus *A B*, continet *A*. Similiter oſtendetur, quod cumulatus *A B*, continet *B*. Quæ, &c.

Quare, &c.

Theor. 31. Prop. 31.

Supremi termini ſunt congruentes.

Hy-

Hypoth.

Sint ſupremi termini *A*, *B*.
Dico *A*, *B* eſſe congruentes.

Demonſtr.

def. 14. Nullus terminus eſt, in quo *A* contineatur: ergo omne
def. 8. terminabile, eſt termino *A*, terminabile. Et ſimiliter omne terminabile, eſt termino *B*, terminabile: ideoque omne terminabile alterutro *A*, *B*,
def. 6. eſt & altero terminabile. Ergo *A*, *B*, ſunt congruentes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 32. Prop. 32.

Omnis non ſupremus terminus, in ſupremo termino continetur.

Hypoth.

Eſto non ſupremus terminus *A*: & eſto ſupremus *B*.
Dico *A*, in *B*, contineri.

Conſtructio.

poſt. p. Aſſumatur ipſius *A*, contradictorius *a*: & ex *A*; *a*
poſt. 3. cumulatus *A a*.

Demonſtr.

15. h. *A*, congruit, vel continetur in cumulato *A a*: cumu-
22. h. latus *A a*, eſt ſupremus; & congruit *B*: ergo *A* con-
31. h. gruit, vel continetur in *B*: ergo omne termina-
axr. bile termino *A*, eſt terminabile termino *B*. Simi-
def. 6. & 8. liter omne terminabile termino *a*, eſt terminabile termino *B*: & non eſt terminabile termino *A*: ergo
def. 7. aliquod terminabile termino *B*, non eſt terminabi-
def. 6. le termino *A*. Ergo *A*, non congruit *B*: ideoque *A*, in *B*, continetur. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 33. Prop. 33.

Supremus terminus nullum habet contradictorium.

Hypoth.

Eſto ſupremus terminus *A*.

Dico *A*, non habere contradictorium.

Conſtr.

poſt. 3. | Aſſumatur ſi poteſt *a*, contradictorius ad *A*:& ex *A*,*a*, fiat cumulatus *A a*.

Demonſtr.

22. *h.* | Cumulatus *A a*, eſt ſupremus; & congruit ipſi *A*: *a*,
31. *h.* congruit, vel continetur in cumulato *A a*: ergo *a*,
15. *h.* congruit, vel continetur in *A*: & omne terminabi-
axx. le termino *a*, eſt etiã terminabile termino *A*. Ergo
def. 7. *a*, non eſt contradictorius ad *A*, contra aſſumptum. Ergo *A*, non habet contradictorium. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 34. Prop. 34.

Supremus terminus nullum habet contrarium.

Hypoth.

Eſto ſupremus terminus *A*.

Dico *A*, non habere contrarium.

Demonſtr.

def. 11. | Si enim *A*, haberet contrarium, in eius contradicto-
def. 14. rio contineretur: ſed *A*, cum ſit ſupremus, non poteſt in aliquo termino contineri: ergo *A* non habet contrarium. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 35. Prop. 35.

Supremus terminus nullum habet aduerſum.

Hypoth.

Eſto ſupremus terminus *A*.

Dico *A*, nullum habere aduerſum.

Demonſtr.

def. 12. | Si enim *A*, haberet aduerſum, haberet etiam contradictorium, qui in ipſo aduerſo contineretur:

ſed

33. h. ſed *A*, non habet contradictorium: Ergo *A*, non habet aduerſum. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 36. Prop. 36.

Supremus terminus nullum habet diuerſum.

Demonſtr.

31. h. Omnis terminus, vel ſupremus eſt, vel non ſupremus;
32. h. & ad ſupremum terminum, vel eſt congruens, vel
def. 14. contentus: ergo nullus terminus ad ſupremum terminum eſt diuerſus. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 37. Prop. 37.

Limitatus ex congruentibus, congruit cumulato.

Demonſtr.

19. h. Sic enim limitatus congruit limitantibus: & ijdem
20. h. limitantes, qui etiam ſunt cumulantes, congruunt
ax. p. cumulato. Ergo limitatus, & cumulatus ex congruentibus, ſunt congruentes. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 38. Prop. 38.

Limitatus ex continente, & contento, in cumulato ex ijſdem continetur.

Demonſtr.

23. h. Limitatus ex continente, & contento, congruit con-
ax. 2. tento; ideoque continetur in continente; & is con-
24. h. gruit cumulato ex ijſdem: ideoque limitatus in
ax. 2. cumulato continetur. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 39. Prop. 39.

Limitatus ex aduerſis, in cumulato ex eiſdem continetur.

De-

Demonſtr.

27. *h.* Limitatus ex aduerſis, in alterutro limitantium continetur; & idem ipſe limitans, qui etiam cumulans,
28. *h.* in cumulato,& ſupremo termino continetur. Ergo
32. *h.* limitatus ex aduerſis in cumulato continetur.

Theor 40. Prop. 40.

Limitatus ex diuerſis, in cumulato ex eiſdem continetur.

Demonſtr.

29. *h.* Limitatus ex diuerſis in vtrolibet limitante contine-
30. *h.* tur: & is limitans, qui & cumulans, in cumulato continetur: ergo limitatus ex diuerſis, in cumula-
ax. 4. to ex eiſdem continetur.

Theor. 41. Prop, 41.

Qui cum vno termino non collimitat, cum eius contradictorio collimitat.

Hypoth.

Sunto *A*, *a*, contradictorij; & *B* non collimitans cum *A*, Dico *B*, collimitare cum *a*.

Demonſtr.

19. 23. Non enim *B*, *A*, ſunt congruentes; neque continens,
27. & & contentus; neque contentus, & continens; neque
29. *h.* aduerſi; neque diuerſi: alioquin collimitarent aliquem terminum, contra hypotheſim: Ergo contradictorij ſunt, vel contrarij. Si *B*, *A*, ſunt con-
8. *h.* tradictorij; ergo *B*, *a* ſunt congruentes, & collimi-
19. *h.* tant. Si *B*, *A*, ſunt contrarij; ergo *B*, in *a*, contine-
def. 11. tur; & *B*, *a* collimitant. Quod; &c.
23. *h.* Quare, &c.

ARI-

ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM SECVNDVM.

DEFINITIONES.

1 DIſtinctio dicetur, duorum inuicem contradictoriorum terminorum aſſumptio.

2 Qui, diſtinctionis partes dicentur.

3 Bidiſtinctio dicetur, cum duorum diſtinctionum quatuor partes, quot plurimæ, quotque pauciſſimos terminos limitauerint; huiuſmodi limitatorum aſſumptio.

4 Tridiſtinctio dicetur, cum trium diſtinctionum ſex partes, quot plurimæ, quotque pauciſſimos terminos limitauerint; huiuſmodi limitatorum aſſumptio.

5 Similiter Quadridiſtinctio, Quintidiſtinctio, aliæque deinceps definientur.

6 Quæ omnes generaliter Multidiſtinctionis nomine venient.

7 In bidiſtinctione, aſſumpti limitati termini, membra bidiſtinctionis dicentur.

8 Similiter in tridiſtinctione, dicentur tridiſtinctionis membra, & ſic deinceps.

9 Quæ

9 Quæ membra ex duabus partibus limitata fuerint, bipartita dicentur.

10 Et ex tribus, tripartita. Et ſic deinceps.

11 Ipſa vero Bidiſtinctio, Tridiſtinctio, aut alia quælibet Multidiſtinctio, bimembris dicetur, cuius duo tantùm ſunt membra.

12 Et trimembris, cuius tria tantùm ſunt membra. Et ſic deinceps.

AXIOMA VNICVM.

OMne terminabile, aliquo ex membris, cuiuſque multidiſtinctionis, eſt terminabile.

THEOREMA PRIMUM. PROPOSITIO PRIMA.

Bidiſtinctionis membra non ſunt plus, quam bipartita.

Demonſtr.

deſ.1. Nam duarum diſtinctionum quatuor termini, non
deſ.3. poſſunt plures aſſumi, quàm duo, ad collimitandum vnum terminum. Si enim tres aſſumerentur,
deſ.7. eſſent ex his duo contradictorij, qui non poſ-
21.p. ſunt collimitare.

Quare bidiſtinctionis membra non ſunt plus, quam bipartita.

Theor. 2. Prop. 2.

Tridiſtinctionis membra non ſunt plus, quàm tripartita.

Demonſtr.

deſ.p. Nam trium diſtinctionum ſex termini non poſſunt
deſ.4. plures aſſumi, quàm tres ad collimitandum vnum
deſ.8. membrum. Si enim quatuor aſſumerentur, eſſent
21.p. ex his duo contradictorij, qui non collimitant.

Quare tridiſtinctionis membra non ſunt plus, quam tripartita.

Theor. 3. Prop. 3.

Multidiſtinctionis membra non ſunt, plus quam eiuſdem numeri multipartita.

Patet inductione ex ſingulis multidiſtinctionum generibus, eadem methodo duarum præcedentium.

Theor. 4. Prop. 4.

Si duarum diſtinctionum quatuor partes, præter quam quod binæ ſingularum ſunt contradictoriæ, aliæ etiam fuerint contradictoriæ, erunt & aliæ congruentes.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones, quarum binæ partes contradictoriæ *A*, *a*; *B*, *b*: & præterea contradictoriæ ſint *A*, *B*.

Dico *A*, *b*, eſſe congruentes; item *a*, *B*, congruentes.

Demonſtr.

8.*p.* Quoniam *B*, *b*, ſunt contradictoriæ: & *B*, *A*, contradictoriæ: ergo *A*,*b*, ſunt congruentes: & ſunt etiam
p.p. *A*, *a*, contradictoriæ: ergo etiam *a*, *B*, ſunt congruentes. Quod, &c.

Quare; &c.

Theor. 5. Prop. 5.

Si duarum diſtinctionum quatuor partes aliquæ fuerint congruentes, præterquam quod binæ ſingularum ſunt contradictoriæ, etiam aliæ erunt contradictoriæ.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones, quarum binæ partes contradictoriæ *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto *A*, *B* congruentes.

Dico etiam *A*, *b*, eſſe contradictorias; & *a*, *B*, contradictorias.

Demonſtr.

7.*p.* Quoniam *A*, *B*, ſunt congruentes; & *B*, *b*, contradictoriæ: ergo etiam *A*,*b*, ſunt contradictoriæ. & quo-
2.*p.* niam *A*, *a*, ſunt contradictoriæ: ergo etiam *a*, *B*, ſunt contradictoriæ. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 6. Prop. 6.

Duæ diſtinctiones, quarum partes omnes binæ contradictoriæ ſunt, vel congruentes, pro vna diſtinctione reputantur; vt ex his bidiſtinctio bimembris, perinde ſit atque ſimplex diſtinctio.

Demonſtr.

19.*p.* Nam duæ congruentes collimitant vnum membrum:
p.p. & earum contradictoriæ, quæ inuicem ſunt congruentes, aliud collimitant contradictorium mem-
21.*p.* brum: neque verò ex contradictorijs poſſibile eſt tertium aliquod limitatum membrum efficere.
def. 11. Quare bidiſtinctio eſt bimembris, & duorum contra-

def.1. tradictoriorum membrorum ; perinde atque duarum partium vna diſtinctio . Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 7. Prop. 7.

Multæ diſtinctiones, quarum partes binæ contradictoriç ſunt, vel congruentes, pro vna diſtinctione reputantur, vt ex his multidiſtinctio, perinde ſit atque ſimplex diſtinctio.

Demonſtr.

Nam, vt in præcedenti, multidiſtinctio eſt bimembris, & duorum membrorum contradictoriorum, perinde atque duarum partium vna diſtinctio.

Theor. 8. Prop. 8.

Bidiſtinctio non eſt plus, quam quadrimembris.

Hypoth.

Duæ ſint diſtinctiones ex binis partibus *A, a*; *B, b*.
Dico bidiſtinctionem non plus, quam quadrimembrem eſſe.

Demonſtr.

21.p. Nam duo termini vnius diſtinctionis, non collimitant. Cætero qui ſi duo *A, a* in duos *B, b*, ſinguli in ſingulos ducti, collimitant, non plures faciunt, quam quatuor terminos limitatos, *AB, aB, Ab, ab*,
def.7. quæ ſunt quatuor bidiſtinctionis mẽbra. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Tridiſtinctio non eſt plus, quam octomembis.

Hypoth.

Sunto tres diſtinctiones ex binis partibus *A, a*; *B, b*; *C, c*.
Dico tridiſtinctionem non plus, quam octomembrem eſſe.

Demonſtr.

8.b. Nam duarum diſtinctionum *A, a*; *B, b*, non plures poſſunt eſſe, quam quatuor termini limitati *AB*,

a B, *A b*, *a b*: qui in duos *C*, *c*, ſinguli in ſingulos ducti, ſi collimitant, non plures terminos limitatos faciunt, quam octo *A B C*, *a B C*; *A b C*, *a b C*,
def. 8. *A B c*, *a B c*, *A b c*, *a b c*, quæ ſunt octo tridiſtinctionis membra. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Multidiſtinctio non eſt plurium membrorum, quàm ſit numerus poteſtatis à binario, quam multitudo ipſa diſtinctionum denominat.

Demonſtr.

8. *h.* Nam bidiſtinctio nō eſt plurium membrorum, quam ſecunda poteſtas à binario: & tridiſtinctio, non
9. *h.* plurium, quam tertia poteſtas: ſimili præcedentium demonſtratione oſtendetur, quod quadridiſtinctio, non plurium eſt, quam quarta poteſtas; & quintidiſtinctio, non plurium, quam quinta poteſtas: & ita deinceps.

Quare, &c.

Theor. 11. Prop. 11.

Si duarum diſtinctionum partes vnius ad partes alterius, vna ad vnam, fuerit contraria; erit altera ad alteram, aduerſa; & vna ad alteram contenta; & altera ad vnam, continens.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones ex binis contradictorijs *A*, *a*; *B*, *b*: & ſint *A*, *B*, contrariæ.

Dico *a*, *b*, aduerſas eſſe; & *A*, in *b*, contineri; & *a*, continere *B*.

Demonſtr.

4. *p.* def. 11. *p.* Quoniam *A*, *B*, ſunt contrariæ; *a*, *b*, ſunt aduerſæ; *A*, in *b*, continetur; & *a*, continet *B*. Quæ, &c.

Quare, &c.

Theor. 12. Prop. 12.

Si duarum diſtinctionum partes vnius ad partes alterius, vna ad vnam fuerit aduerſa; erit altera ad alteram contraria; & vna ad alteram continens, & altera ad vnam contenta.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones ex binis contradictorijs *A*, *a*; *B*, *b*: & ſint *a*, *b*, aduerſæ.

Dico *A*, *B*, contrarias eſſe; & *a*, continere *B*; & *A*, in *b*, contineri.

Demonſtr.

5. p. def. 12. | Quoniam *a*, *b*, ſunt aduerſæ; *A*, *B*, ſunt contrariæ; *a*, continet *B*; & *A*, in *b*, continetur. Quæ, &c.

p. | Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Si duarum diſtinctionum partes vnius ad partes alterius, vna ad vnam fuerit continens; erit altera ad alteram contenta; & vna ad alteram aduerſa; & altera ad vnam contraria.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & eſto *a*, continens *B*.

Dico *A*, in *b*, contineri; & *a*, *b*, aduerſas; & *A*, *B*, contrarias eſſe.

Demonſtr.

3. p. 9. p. | Quoniam *a*, continet *B*; *A*, in *b*, continetur; & *a*, *b*, ſunt aduerſi; & *A*, *B*, contrarij. Quæ, &c.

10. p. | Quare, &c.

Theor. 14. Prop. 14.

Si duarum diſtinctionum partes vnius, ad partes alterius, vna ad vnam fuerit diuerſa; erunt diuerſæ altera ad alteram; & vna ad alteram: & altera ad vnam.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto *A*, *B*, diuerſæ.

Dico *a*, *b*, diuerſas eſſe; item *A*, *b*, & *a*, *B*, diuerſas eſſe.

Demonſtr.

6. p. | Quoniam *A*, *B*, ſunt diuerſæ; etiam *a*, *b*, ſunt diuerſæ;
11. p. | & *A*, *b*, & *a*, *B*, ſunt diuerſæ. Quæ, &c.
Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Si duarum diſtinctionum partes ſunt diuerſæ, bidiſtinctio eſt quadrimembris.

Hypoth.

Sunto duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto diuerſæ *A*, *B*.
Dico bidiſtinctionem eſſe quadrimembrem.

Demonſtr.

14. b. | Quoniam *A*, *B*, ſunt diuerſæ; etiam *A*; *b*; & *a*, *B*; &
29. p. | *a*, *b*, ſunt diuerſæ: & ex his limitati quatuor termi-
def. 7. | ni *A B*, *A b*, *a B*, *a b*, quæ ſunt quatuor bidiſtinctio-
b. | nis membra. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Si duarum diſtinctionum partes, neque diuerſæ ſunt, neque congruentes, aut contradictoriæ, bidiſtinctio eſt trimembris.

Hypoth.

Sunto duarum diſtinctionum vnius, & alterius partes non congruentes, neque contradictoriæ, neque diuerſæ.
Dico bidiſtinctionem eſſe trimembrem.

Demonſtr.

11. b. | Erunt enim contrariæ; & aduerſæ; & contenta, & con-
12. b. | tinens; & continens; & contenta: & cum ex con-
13. b. 25. p. | trarijs non ſit limitatus aliquis terminus; ſuperſunt
27. p. | ex aduerſis vnus; ex continente, & contento vnus;
23. p. | ex contento, & continente vnus; tres limitati ter-
def. 7. | mini; quæ tria ſunt bidiſtinctionis membra.
b. | Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 17. Prop. 17.

Duarum diſtinctionum, quæ non ſunt vna diſtinctio, bidiſtinctio non minus eſt quam trimembis.

Demonſtr.

6. *h.* Quoniam enim duæ diſtinctiones non ſunt vna diſtinctio, earum partes non ſunt congruentes, neque contradictoriæ, neque bidiſtinctio eſt bimembris.
15. *h.* Quod ſi partes eſſent diuerſæ, bidiſtinctio eſſet qua-
16. *h.* drimembris: Sed ſi partes neque congruentes, neque diuerſæ ſunt, bidiſtinctio eſt trimembris. Quare duarum diſtinctionum, quæ non ſunt vna diſtinctio, bidiſtinctio non minus eſt quam trimembris.

Theor. 18. Prop. 18.

Omnis multidiſtinctionis membra, cuiuſque eius diſtinctionis aliqua pars limitat.

Demonſtr.

def. 3. et 4. h. Nam ſi cuiuſpiam diſtinctionis nulla pars ad limitandum concurreret; vtique non ipſa eſſet eius multidiſtinctionis diſtinctio; contra hypotheſim.
Quare, &c.

Theor. 19. Prop. 19.

Omnia multidiſtinctionis membra ſingula, cuiuſque diſtinctionis aliqua pars limitat.

Demonſtr.

def. 7. p. Nam omne aliquo termino terminabile, alterutra
41. *p.* diſtinctionis parte eſt terminabile: vnde ad ſingula multidiſtinctionis limitanda membra, ſingulæ di-
def. p. h. ſtinctiones vnam, vel alteram partem conferunt.
Quare, &c.

Theor. 20. Prop. 20.

Omnia multidiſtinctionis membra, non vna eadem alicuius diſtinctionis limitat pars.

De-

Demonſtr.

21.p. Nam omne terminabile altera eiuſdem diſtinctionis parte, nullo ex membris multidiſtinctionis eſſet terminabile, contra axioma vnicum huius elementi.

Quare, &c.

Theor. 21. Prop. 21.

Omnia multidiſtinctionis membra, omnibus eius diſtinctionum partibus congruunt, vel in ijs continentur.

Hypoth. p.

Sunto duarum diſtinctionum quatuor partes *A*, *a*; *B*, *b*.

Dico omnia bidiſtinctionis membra, vel congruere ſingulis partibus *A*, *a*; *B*, *b*, vel in ijs contineri.

Demonſtr.

Vel enim *A*, *B*, collimitant, vel non: ſi collimitant, poſt.2. fiat ex his limitatus *A B*: ſi non collimitant *A*, *B*; ergo *A*, *b*, collimitant; fiat ergo ex his limitatus 41.p. *A b*. Ergo duarum diſtinctionum ſaltem vnus eſt ex terminis limitatis, *A B*, *A b*, qui bidiſtinctionis eſt membrum, & congruit, vel continetur in *A*. 14.p. Simili demonſtratione oſtendetur, quod bidiſtinctionis vnum ſaltem eſt membrum ex duobus *A B*, *a B*, quod continetur in *B*. Item quod vnum ſaltem eſt ex duobus *a B*, *a b*, quod continetur in *a*: & vnum ſaltem ex duobus *A b*, *a b*, quod continetur in *b*. Quare omnia bidiſtinctionis membra ſingulis partibus *A*, *a*, *B*, *b*, congruunt, vel in ijs continentur.

Hypoth. 2.

Sunto trium diſtinctionum ſex partes *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*.

Dico omnia tridiſtinctionis membra, vel congruere ſingulis partibus *A*, *a*, *B*, *b*, *C*, *c*, vel in ijs contineri.

De-

Demonſtr.

Vel enim *A*, *B*, collimitant, vel non: ſi collimitant,
poſt.2. fiat limitatus *A B*; qui cum *C*, collimitat, vel non: ſi collimitat, fiat limitatus *A B C*: ſi non collimitat *A B*, cum *C*, collimitat cum *c*; fiat ergo limita-
41.p. tus *A B c*. Quod ſi *A*, *B*, non collimitant; ergo *A*, *b*, collimitant; & ex his fiat limitatus *A b*: qui cum *C*, collimitat, vel non: ſi cum *C*, collimitat, fiat limitatus *A b C*: ſi *A b*, non cum *C*, collimitat; ergo cum *c*, collimitat; & fiat limitatus *A b c*. Trium itaque diſtinctionum ſaltem vnus eſt ex quatuor terminis limitatis, *ABC*, *ABc*, *AbC*, *Abc*; qui tridiſtinctionis eſt membrum, & congruit, vel
14.p. continetur in *A*. Simili demonſtratione oſtendetur, quod tridiſtinctionis membra ſunt, quæ congruunt, vel continentur in ſingulis *B*, *C*, *a*, *b*, *c*. Quare omnia tridiſtinctionis membra ſingulis partibus *A*, *a*, *B*, *b*, *C*, *c*, congruunt, vel in ijs continentur.

Similiter de alijs multidiſtinctionibus demonſtrabitur.

Quare, &c.

ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM TERTIVM.

DEFINITIONES.

1 SI duarum diſtinctionum quatuor termini ſinguli ſingularum bini conueniant ad aliquos limitandos, limitati termini dicentur extremi, & medij.

2 Et extremi dicentur, quorum vnius limitantes, contradictorij ſunt limitantium alterius.

3 Et ambo extremi, vnum Par terminorum dicentur.

4 Et vnus terminus dicetur Compar alterius.

5 Alijque limitati dicentur medij, quorum nullus compar.

REGVLÆ.

1 Bidiſtinctionum iudicium duas ſupponit diſtinctiones ex binis contradictorijs. Erit itaque communis omnium hypotheſis, quod duæ ſint diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*.

2 Supponit deinde bidiſtinctionis certam ſpeciem, quam

3 Primò iudicat prop. 21. 2. integram, ſi videlicet omnes quatuor diſtinctionum partes, binæ ex vna, & altera diſtinctione acceptæ, omnia limitant bidiſtinctionis membra.

4 Secundò iudicat ipſa bidiſtinctionis membra.

5 Medium, ſi quod eſt, cui nullum compar. def. 5. h.

6 Et extrema, ſi quæ ſunt, inuicem comparia. def. 2. h.

7 Tertiò iudicat ſingulorum partes membrorum, quam ad inuicem habeant rationem.

8 Congruentes iudicat duas, & eorum contradictorias duas, quæ non niſi bifariam collimitant. prop. 6. 2. Eas nempe congruentes, quæ non niſi ſimul collimitant.

9 Diuerſas iudicat duas, & earum contradictorias duas, quæ quadrifariam collimitant. prop. 15. 2. eas nempe, quæ collimitant.

10 Neutras iudicat duas, & earum contradictorias, quæ trifariam ſolum collimitant. prop. 16. 2.

11 Et eas iudicat aduerſas, quæ collimitant, & non habent limitatum compar: nam ex contrarijs non eſt limitatus terminus. prop. 25. p.

12 Eaſdemque iudicat continentes, reſpectu aliarum, quibus collimitant, in ipſis contentarum. def. 12. p.

THEOREMA PRIMVM. PROPOSITIO PRIMA.

Bidiſtinctio Triplex. Bimembris, Trimembris, Quadrimembris.

Demonſtr.

Nam termini diſtinctionum, vel ſunt congruentes,
6. 2. vel diuerſi, vel neutri. Si congruentes, bidiſtin-
16. 2. ctio eſt bimembris: ſi neutri, eſt trimembris: ſi di-
15. 2. uerſi, eſt quadrimembris: neque plus quam qua-
8. 2. drimembris poteſt eſſe bidiſtinctio.

Quare, &c.

Theor. 2. Prop. 2.

Bidiſtinctio bimembris vna: cuius duo membra ſunt vnum par terminorum.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & vnum bidiſtinctionis bimembris membrum *A B*.

Dico bidiſtinctionem bimembrem vnam eſſe; & eius membra eſſe vnum par terminorum.

Demonſtr.

6. 2. Quia bidiſtinctio eſt bimembris, non poſſunt *A*, *B*, eſſe niſi contradictorij, aut congruentes: ſed quia
21. p. collimitant, non ſunt contradictorij: ergo *A*, *B*, ſunt congruentes; & ex his limitatus *A B*, vtrique congruens: ergo *a*, *b*, ſunt congruentes, & colli-
19. p. mitant alterum bidiſtinctionis membrum *a b*, vtrique congruens: & ſunt *A B*, *a b*, duo extremi ter-
def. 3. mini, & vnum per terminorum. Neque poſſibile eſt, quod bidiſtinctio bimembris ſit *A B*, *a B*, quia
21. 2. deeſſet *b*; neque quod ſit *A B*, *A b*, quia deeſſet *a*. Cum itaque bidiſtinctio bimembris non poſſit aliter eſſe, ipſa eſt vna; & eius membra, ſunt vnum par membrorum.

The-

Theor. 3. Prop. 3.

Bidiſtinctio trimembris vna, cuius vnum membrum eſt medium, & duo reliqua ſunt vnum par membrorum.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & eſto medium bidiſtinctionis trimembris membrum *A B*.

Dico bidiſtinctionem trimembrem vnam eſſe; & eius reliqua membra eſſe vnum par terminorum.

Demonſtr.

21. p. Quia medium membrum eſt *A B*, cui non eſt aliud
25 p. membrum compar *a b*; contradictorij ſunt, vel
6. 2. contrarij termini *a*, *b*: non contradictorij, quia bi-
4. p. diſtinctio eſt trimembris: ergo *a*, *b*, ſunt contrarij:
def. 12. p. ideoque *A*, *B*, aduerſi: & *A*, continens *b*, ex quibus limitatus *A b*, & *b*, congruunt: & *a*, contentus
23. p. in *B*, ex quibus limitatus *a B*, & *a*, congruunt. Et
def. 3. ſunt *A b*, *a B*, vnum par terminorum. Cum ergo Bidiſtinctio trimembris non poſſit aliter eſſe, ipſa eſt vna; & eius membra, vnum medium, & vnum par terminorum.

Theor. 4. Prop. 4.

Bidiſtinctio quadrimembris vna: cuius quatuor membra, ſunt duo paria terminorum.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*, & ſit vnum ex quatuor membris bidiſtinctionis *A B*.

Dico bidiſtinctionem quadrimembrem eſſe vnam: & eius membra, eſſe duo paria terminorum.

Demonſtr.

15. 2. Quia bidiſtinctio eſt quadrimembris, termini *A*, *B*,
6. p. 11. p. ſunt diuerſi; & *a*, *b*, diuerſi; & *A*, *b*, diuerſi; & *a*, *B*,
29. 2. diuerſi: & ex his limitata quatuor membra, duo
def. 3. *A B*, *a b*, quæ ſunt vnum par terminorum, & duo *A b*, *a B*, quæ ſunt aliud par terminorum. Et non po-

poteſt bidiſtinctio quadrimembris aliter eſſe: ergo bidiſtinctio quadrimembris vna; & eius quatuor membra, ſunt duo paria terminorum.

Theor. 5. Prop. 5.

Bidiſtinctio bimembris, non eſt propriè bidiſtinctio, ſed veriùs diſtinctio ſimplex.

Demonſtr.

Nam eius bidiſtinctionum termini congruentes, non ſunt propriè duo termini, ſed veriùs vnus: & duæ diſtinctiones non propriè duæ, ſed veriùs vna: atque ita bidiſtinctio, eſt veriùs vna diſtinctio.

Theor. 6. Prop. 6.

Bidiſtinctiones propriæ duæ, trimembris, & quadrimembris.

Demonſtr.

1. h. Nam bidiſtinctiones tres, bimembris, trimembris, &
2. h. quadrimembris: quarum vna bimembris, non bidi-
5. h. ſtinctio eſt propriè: ſed veriùs vna diſtinctio: reli-
3. h. quæ duæ trimembris, & quadrimembris, non ſunt
4. h. vna diſtinctio, ſed propriæ bidiſtinctiones.
Quare, &c.

---

reg. 3. Bidiſtinctio bimembris *A B*, *a b*, integra: cuius partes
reg. 8. *A*, *B*, congruentes; item *a*, *b*, congruentes: ideoque
5. b. verius eſt ſimplex diſtinctio.

reg. 3. Bidiſtinctio trimembris *AB*, *Ab*, *ab*, integra: cuius me-
reg. 5. dium *Ab*; extrema duo *A B*, *a b*: cuius partes *A*, *b*,
reg. 6. aduerſæ: & *A*, continens *B*; & *a*, contenta in *b*.

reg. 11. Bidiſtinctio quadrimembris *AB*, *Ab*, *aB*, *ab*, integra:
reg. 12. cuius membra bina extrema *AB*, *ab*; & *Ab*, *aB*: cu-
reg. 3. ius partes diuerſæ binæ *A*, *B*; *a*, *b*; *A*, *b*; *a*, *B*.
reg. 6.
reg. 9.

ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM QVARTVM.

DEFINITIONES.

1 SI trium diſtinctionum ſex termini, ſinguli ſingularum, terni conueniant ad aliquos limitandos, dicentur limitati termini, extremi, & medij.

2 Et extremi dicentur, quorum vnius limitantes, contradictorij ſunt limitantium alterius.

3 Et ambo extremi dicentur vnum par terminorum.

4 Et vnus terminus dicetur compar alterius.

5 Alijque limitati dicentur medij quorum nullus compar.

6 Et medius illi extremo dicetur propinquus, quocum duos habet limitantes communes.

7 Et ab altero extremo remotus, quo cum vnum tantùm habet limitantem communem.

THEOREMA PRIMVM. PROPOSITIO PRIMA.

Tridiſtinctionis plurima membra octo, ſunt quatuor paria terminorum.

Hypoth.

Tridiſtinctionis octomembris tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & membra plurima *ABC*, *ABc*, *AbC*, *aBC*, *Abc*, *aBc*, *abC*, *abc*, octo.

Dico eſſe quatuor paria terminorum *ABC*, *abc*; *ABc*, *abC*; *AbC*, *aBc*; *aBC*, *Abc*.

Demonſtr.

Nam duarum diſtinctionum *A*, *a*; *B*, *b*, quatuor partes binæ, non plures, limitant plurima bidiſtinctio-
p. 2. nis membra quatuor, & duo paria *AB*, *ab*; *Ab*, *aB*.
8. 2. Quæ ſingula cum vna, & altera, relictæ diſtinctionis partibus *C*, *c*, ad collimitandum aſſumpta, limi-
4. 3. tant plurima tridiſtinctionis membra octo, & qua-
9. 2. tuor paria *ABC*, *abc*; *ABc*, *abC*; *AbC*, *aBc*; *Abc*, *aBC*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 2. Prop. 2.

Tridiſtinctio octomembris vna.

Hypoth.

Tridiſtinctionis octomembris tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*.

Dico tridiſtinctionem octomembrem vnam eſſe.

Demonſtr.

Nam neceſſe eſt quod octo membra, quatuor paria
p. h. ſint terminorum *ABC*, *abc*; *ABc*, *abC*; *AbC*, *aBc*; *Abc*, *aBC*: quæ cum non poſſint aliter eſſe, tridiſtinctio octomembris eſt vna.

Theor. 3. Prop. 3.

Tridiſtinctio ſeptimembris vna.

Demonſtr.

p. b. Nam in octo plurimis tridiſtinctionis membris ſex partes, ternæ in ſingulis fiunt viginti quatuor, ſingulæ in quaternis membris indifferenter: & vno

2. b. ſublato membro, remanent tres partes in ternis membris, & tres in quaternis; quæ ſint vna, & viginti partes, & ita remanent ſeptem ſeptimembris

21. 2. tridiſtinctionis membra. Cumque octo plurima membra, ſingula de octo omnibus auferri poſſint; manifeſtum eſt, relinqui poſſe octo ſeptimembres tridiſtinctiones: ſed neceſſariò indifferentes ad inuicem; quod in ſingulis, ad ſublatum membrum,

def 6. tria ſint propinqua membra, tria remota, & vnum

def. 7. compar; & quod in ſingulis, tria ſint paria mem-

def. 4. brorum, & vnum medium. Quæ cum non aliter,

def 3. atque aliter habere ſe poſſint, vnam faciunt ſpeciem ſeptimembris tridiſtinctionis.

Quare, &c.

Theor. 4. Prop. 4.

Tridiſtinctiones ſextimembres tres.

Demonſtr.

p. b. Nam ſex membra tridiſtinctionis, ſunt ſex de octo plurimis, & de quatuor membrorum paribus: & vel ſex membra tria ſunt paria membrorum; vel ſex, duo ſunt paria membrorum, & duo media inuicem propinqua; vel rurſum ſex, duo ſunt paria membrorum, & duo membra inuicem remota.

def. 2. Cumque in vno pari membrorum, omnes ſex trium diſtinctionum partes conueniant ad limitandum, & non vna eadem pars ad duo membra comparia: manifeſtum eſt, quod etiam in duobus paribus membrorum, vel in tribus, omnes ſex partes conueniunt ad limitandum, & vna eadem ad om-

21. 2. nia. Quare tres ſunt ſextimembres tridiſtinctiones.

The-

Theor. 5. Prop. 5.

Tridiſtinctio ſextimembris, cuius nullum medium, vna.

Demonſtr.

Nam quatuor paria membrorum; ſingula ſublata
21. 2. de omnibus, relinquunt quatuor tridiſtinctiones ſextimembres, quarum tria ſunt membrorum paria, & nullum medium, inuicem indifferentes, quæ vnam ſpeciem conſtituunt ſextimembris tridiſtinctionis, cuius nullum medium.
Quare, &c.

Theor. 6. Prop. 6.

Tridiſtinctio ſextimembris, cuius duo media ab inuicem remota, vna.

Hypoth.

Tridiſtinctionis ſextimembris, tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & duo media remota ab inuicem *ABC*, *Abc*. Dico tridiſtinctionem ſextimembrem huiuſmodi, vnam eſſe.

Demonſtr.

p. b. Nam octo plurima tridiſtinctionis membra ſunt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *AbC*; *aBc*; *aBC*, *Abc*: & prætermiſſis duorum *ABC*, *Abc*, comparibus *abc*, *aBC*; relinquantur *ABC*, *ABc*, *abC*, *AbC*, *aBc*, *Abc*, duo aſſumpta media, & duo paria, quæ tridiſtinctionem ſex-
4. b. timembrem componunt. Quæ cum non poſſit aliter eſſe, ipſa eſt tridiſtinctio ſextimembris, cuius duo media remota, vna.

Theor. 7. Prop. 7.

Tridiſtinctio ſextimembris, cuius duo media inuicem propinqua, vna.

Hypoth.

Tridiſtinctionis ſextimembris, tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & duo media inuicem propinqua *ABC*, *ABc*,

Di-

Dico tridiſtinctionem ſextimembrem huiuſmodi, vnam eſſe.

Demonſtr.

p. 6. Nam de octo plurimis tridiſtinctionis membris *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *AbC*, *aBc*, *aBC*, *Abc*, dempta duorum *ABC*, *ABc*, comparia *abc*, *abC*, relinquunt *ABC*, *ABc*, *AbC*, *aBc*, *aBC*, *Abc*, duo aſſumpta media, & duo paria, tridiſtinctionis ſextimembris membra.

4. 6. Quæ tridiſtinctio ſextimembris, cuius duo media propinqua, *ABC*, *ABc*, cum non poſſit aliter eſſe, ipſa eſt vna.

Quare, &c.

Theor. 8. Prop. 8.

Tridiſtinctio bimembris vna.

Hypoth.

Tridiſtinctionis bimembris, tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & vnum eſto membrum *ABC*.

Dico tridiſtinctionem huiuſmodi bimembrem vnam eſſe.

Demonſtr.

Nam aliud membrum non poteſt eſſe ipſi *ABC*, propinquum, vt fiat tridiſtinctio bimembris *ABC*, *ABc*; neque remotum, vt fiat *ABC*, *Abc*: nam duæ eædem partes, vel ſaltem vna, omnia membra limitaret, contra 20. 2; & earum contradictoriæ duæ, vel ſaltem vna, nullatenus ad limitandum cõuenirent, contra 21. 2. Ergo aliud membrum non poteſt eſ-

21. 2. ſe niſi ipſi *ABC*, compar, quod eſt *abc*; vt fiat bidiſtinctio bimembris *ABC*, *abc*, quæ non poteſt aliter eſſe.

Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Tridiſtinctionis vni membro alia duo propinqua, ab inuicem ſunt remota.

Hy-

Hypoth.

Eſto tridiſtinctionis vnum membrum *ABC*, eique propinqua duo *ABc*, *aBC*.

Dico *ABc*, *aBC*, ab inuicem remota eſſe.

Demonſtr.

def. 6. Propinquorum enim *ABc*, *ABC*, duę ſunt partes communiter limitantes *A*, *B*: & propinquorum *ABC*, *aBC*, duæ communiter limitantes *B*, *C*; non eædem duæ, duabus; ſed vna duarum, vni duarum eadem *B*. Ergo *ABc*, *aBC*, ab inuicem ſunt remota. *def. 7.* Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Tridiſtinctionis tria membra bina inuicem propinqua eſſe non poſſunt.

Demonſtr.

9. h. Nam duo tridiſtinctionis membra, vni alij membro propinqua, ſunt ab inuicem remota. Quare tria inuicem propinqua eſſe non poſſunt.

Theor. 11. Prop. 11.

Tridiſtinctiones quintimembres tres.

Demonſtr.

De octo plurimis tridiſtinctionis membris, & quatuor paribus, quinque aſſumpta quintimembris tridiſtinctionis membra ſunt, vel duo paria terminorum, & vnum medium: vel vnum par terminorum, puta *ABC*, *abc*, & tria media ab inuicem remota *aBC*, *ABc*, *AbC*: vel rurſum vnum par terminorum *ABC*, *abc*, & tria media, propinqua inuicem, & remota, *abC*, *aBc*, *aBC*. Nam tria media *10. h.* bina inuicem propinqua eſſe non poſſunt. Quare tridiſtinctiones quintimembres tres numerantur.

The-

Theor. 12. Prop. 12.

Tridiſtinctio quintimembris, cuius duo membrorum paria, vna.

Hypoth.

Tridiſtinctionis quintimembris tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & duo membrorum paria *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*. Dico tridiſtinctionem quintimembrem huiuſmodi, vnam eſſe.

Demonſtr.

Medium enim membrum eſt vnum ex quatuor *AbC*, *aBc*, *aBC*, *Abc*: quod ſi eſt *AbC*, eſt duobus ex aſſumptis quatuor membris propinquum, videlicet ipſis *ABC*, *abC*; & à duobus *abc*, *ABc*, remotum. *def.6.* *def.7.* Similiter ſi eſt *aBc*, duobus *abc*, *ABc*, eſt propinquum, & à duobus *ABC*, *abC*, remotum. Item ſi eſt *aBC*: & ſi eſt *Abc*. Quatuor itaque ſunt quintimembres tridiſtinctiones; inuicem tamen indifferentes; & quæ vnam ſpeciem conſtituunt tridiſtinctionis quintimembris duorum parium. Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Tridiſtinctio quintimembris, cuius tria media membra ab inuicem remota, vna.

Hypoth.

Tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & vnum tridiſtinctionis quintimembris membrum eſto *ABC*, eique compar *abc*: & eorum vni, puta ipſi *ABC*, propinqua tria *ABc*, *AbC*, *aBC*: & ex his tridiſtinctio quintimembris *ABC*, *abc*, *ABc*, *AbC*, *aBC*: vel ſunto eorum alteri *abc*, propinqua tria *abC*, *aBc*, *Abc*; & ex his tridiſtinctio quintimembris *ABC*, *abc*, *abC*, *aBc*, *Abc*.

Dico tridiſtinctionem quintimembrem huiuſmodi vnam eſſe.

Demonſtr.

Tria enim membra vni cuidam propinqua, inuicem remota ſunt: & duæ tridiſtinctiones quintimembres ſunt, quarum tria media ab inuicem remota, indifferentes ſunt, & non aliter, atque aliter ſe habent, & vnam conſtituunt tridiſtinctionis quintimēbris ſpeciē, cuius tria media remota. Quod, &c. Quare, &c.

10. b.

Theor. 14. Prop. 14.

Tridiſtinctio quintimembris, cuius tria membra media, & eorum vni duo propinqua, eſt vna.

Hypoth.

Tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & vnum tridiſtinctionis quintimembris membrum eſto *ABC*; cui propinqua tria *ABc*, *AbC*, *aBC*: & eorum vni *aBC*, compar membrum eſto *A b c*: vt ſit quintimembris tridiſtinctio *A B C*, *A B c*, *A b C*, *a B C*, *A b c*: vel ipſi *A b C*, compar membrum eſto *a B c*, vt ſit quintimembris tridiſtinctio *A B C*, *A B c*, *A b C*, *a B C*, *a B c*: vel denique ipſi *A B c*, compar membrum eſto *a b C*, vt ſit quintimembris tridiſtinctio *A B C*, *A B c*, *A b C*, *a B C*, *a b C*.

Dico tridiſtinctionem quintimembrem huiuſmodi vnam eſſe.

Demonſtr.

Licet enim tres huiuſmodi tridiſtinctiones quintimembres appareant, tamen propter indifferentiam, cum non aliter, & aliter ſe habeant, vnam conſtituunt ſpeciem tridiſtinctionis quintimembris, cuius tria media, & eorum vni, duo ſunt propinqua. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Tridiſtinctio trimembris non eſt, cuius vni membro duo reliqua ſint propinqua.

Hypoth.

Tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & vnum tridiſtinctionis membrum *ABC*, cui propinqua duo membra *ABc*, *aBC*.

Dico non eſſe tridiſtinctionem trimembrem *ABC*, *ABc*, *aBC*.

Demonſtr.

def. 6. Nam cum in duobus *ABc*, *ABC*, duæ ſint communes partes *A*, *B*; & in duobus *ABC*, *aBC*, duæ communes partes *B*, *C*: neceſſe eſt omnium eſſe communem partem *B*. Porro nulla eſt multidiſtinctio,
20. 2. cuius omnium membrorum vna pars communis. Ergo non eſt tridiſtinctio trimembris *ABC*, *ABc*, *aBC*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Tridiſtinctiones trimembres duæ.

Demonſtr.

def. 6.
def. 7. Nam vel tria membra ſunt duo extrema, & vnum alteri extremorum propinquum, & ab altero remotum; & huiuſmodi vna eſt tridiſtinctio trimembris: vel tria membra ſunt ab inuicem remota, puta tria alij cuipiam *AbC*, propinqua, nempe *ABC*, *Abc*, *abC*; & huiuſmodi alia eſt tridiſtinctio trimembris, vbi & tres partes *A*, *b*, *C*, binæ, & earum contradictoriæ *a*, *B*, *c*, ſingulæ in ſingulis
21. 2. membris ad limitandum aſſumuntur, vt ita nec
20. 2. vna, deſit ex ſex, nec eadem in omnibus reperia-
10. b. tur. Neque vero poſſibile eſt trimembrem tridiſtinctionem excogitare, cuius tria membra bina
15. b. inuicem ſint propinqua: neque aliam, cuius vni
9. b. membro reliqua duo ſint propinqua, quæ ab inuicem remota erunt. Quare tridiſtinctiones trimembres duæ.

The-

Theor. 17. Prop. 17.

Tridiſtinctio trimembris, cuius vnum par membrorum, vna.

Demonſtr.

Nam quodcunque ſit par membrorum *ABC*, *abc*; & quodcunque ſit aliud medium membrum *ABc*; non poſſunt aliter ad inuicem eſſe, quam quod *ABc*, vni extremorum *ABC*, ſit propinquum, & ab altero *abc*, ſit remotum. Quare tridiſtinctio trimembris, cuius vnum par membrorum eſt vna.

def. 6. def. 7.

Theor. 18. Prop. 18.

Tridiſtinctio trimembris, cuius nullum par membrorum, vna.

Demonſtr.

16. *h.* Nam nõ poteſt aliter eſſe, quam quod tria eius membra ſint ab inuicem remota: neque enim quod tria membra ſint inuicem propinqua, quod mixtim ſint propinqua inuicem, & remota, poſſibile eſt excogitare. Quare tridiſtinctio trimembris, cuius nullum par membrorum, eſt vna.

10. *h.* 15. *h.*

Theor. 19. Prop. 19.

Tridiſtinctiones quadrimembres quinque.

Demonſtr.

Nam vel quatuor membra, duo paria ſunt membrorum, & huiuſmodi vna eſt tridiſtinctio: vel quatuor membra, ſunt vnum par membrorum, & duo reliqua membra propinqua inuicem, & huiuſmodi altera eſt tridiſtinctio: vel rurſum quatuor membra ſunt vnum par membrorum, & duo reliqua membra ſunt ab inuicem remota, & huiuſmodi tertia eſt tridiſtinctio; vel omnia membra ſunt media, vni eorum propinqua, & huiuſmodi quarta eſt tridiſtinctio: vel etiam omnia membra media, ab vno eorum

remota ſunt, & huiuſmodi quinta eſt tridiſtinctio. Tridiſtinctiones ergo quadrimembres quinque.

Theor. 20. Prop. 20.

Tridiſtinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, vna.

Demonſtr.

Nam tridiſtinctio trimembris, cuius vnum par membrorum, vna eſt, quia medium vni extremorum
17. *b.* propinquum, ab altero eſt remotum; neque poteſt aliter eſſe. Itaque huiuſmodi ſunt etiam tria quælibet de quatuor membris tridiſtinctionis propoſitæ: & ſunt huiuſmodi quatuor membra, tam duo inuicem propinqua, cum eorum comparibus, quam indifferentér, duo ab inuicem remota, cum eorum comparibus. Vna ergo eſt huiuſmodi quadrimembris tridiſtinctio.

Theor. 21. Prop. 21.

Tridiſtinctio quadrimembris, cuius vnum par membrorum, & duo media propinqua, vna.

Demonſtr.

def. 6. *def. 7.* Nam cum duorum mediorum vnum neceſſe ſit, quod vni extremorum ſit propinquum, & conſequen-
9. b. *def. 6.* ter quod ab altero ſit remotum: neceſſe etiam eſt; quod alterum mediorum ab eodem vno extremorum ſit remotum, & alteri propinquum: cumque non poſſint extrema, & media aliter ſe habere, manifeſtum eſt tridiſtinctionem quadrimembrem huiuſmodi vnam eſſe.

Quare, &c.

Theor. 22. Prop. 22.

Si trium tridiſtinctionis membrorum primum à ſecundo, ſecundum à tertio remotum fuerit; etiam primum à tertio remotum erit.

Hy-

Hypoth.

Eſto primum *A B C*, à ſecundo *A b c*, remotum, & ſecundum *A b c*, à tertio *a b C*, remotum.

Dico primum *A B C*, à tertio *a b C*, remotum eſſe.

Demonſtr.

Primum, & ſecundum *A B C*, *A b c*, habent ſolam communem limitantem *A*: ſecundum, & tertium *A b c*, *a b C*, habent ſolam communem limitantem *b*: ergo *A*, primi, & ſecundi, ad *a*, tertij eſt contradictoria: & *B*, primi, ad *b*, ſecundi, & tertij contradictoria: & *C*, primi, ad *c*, ſecundi contradictoria; necnon *c*, ſecundi ad *C*, tertij contradictoria: ideoque *C*, primi, & tertij eadem eſt limitans: & primum *A B C*, à tertio *a b C*, eſt remotum. Quod, &c.

def. 7. *p. p.* *def. 7.*

Quare, &c.

Theor 23. Prop. 23.

Si duorum cuiuſpiam tridiſtinctionis membrorum ab inuicem remotorum; vnum alij propinquum fuerit: etiam alterum eidem propinquum erit.

Hypoth.

Duorum cuiuſpiam tridiſtinctionis membrorum primum à ſecundo ſit remotum; & primum tertio propinquum.

Dico etiam ſecundum tertio propinquum eſſe.

Demonſtr.

Si enim ſecundum à tertio remotum eſſet, cum primum à ſecundo remotum ſit, etiam primum à tertio remotum eſſet, contra hypotheſim. Ergo ſecundum à tertio non eſt remotum. Ergo ſecundum tertio eſt propinquum. Quod, &c.

22. h. *def. 6.*

Quare, &c.

Theor. 24. Prop. 24.

Tridiſtinctio quadrimembris, cuius vnum par membrorum, & duo media remota, vna.

Demonſtr.

def. 6. 23. h. Nam cum duorum mediorum vnum neceſſe ſit, quod vni extremorum ſit propinquorum; & conſequenter alterum eidem extremo ſit propinquum; & def. 7. vtraque media, ab altero extremo ſint remota: cumque non poſſint aliter extrema, & media ſe habere; manifeſtum eſt tridiſtinctionem quadrimembrem huiuſmodi, vnam eſſe.

Quare, &c.

Theor. 25. Prop. 25.

Tridiſtinctio quadrimembris, cuius vni membro propinqua tria, vna.

Hypoth.

Eſto tridiſtinctionis quadrimembris vnum membrum *A B C*, cui propinqua reliqua tria.

Dico tridiſtinctionem quadrimembrem huiuſmodi, vnam eſſe.

Demonſtr.

Membri *A B C*, tres partes *A*, *B*, *C*, binæ trifariam aſſumptæ *A B*, *A C*, *B C*, cum contradictorijs reli- def. 6. 21. 2. 20. 2. quarum, collimitant tria membra *A B c*, *A b C*, *a B C*, ipſi *A B C*, propinqua: cumque ſingulæ, ſingularumque contradictoriæ omnes, & non vna eadem, ad collimitanda omnia membra fuerint aſſumptæ, manifeſtum eſt tridiſtinctionem quadrimembrem eſſe *A B C*, *A B c*, *A b C*, *a B C*, cuius vni membro *A B C*, propinqua tria: cumque huiuſmodi non poſſit aliter eſſe; manifeſtum eſt vnam ſpeciem eſſe.

Quare, &c.

Theor. 26. Prop. 26.

Tridiſtinctio quadrimembris, cuius ab vno membro remota tria, vna.

Hypoth.

Eſto tridiſtinctionis quadrimembris vnum membrum *A B C*, à quo remota reliqua tria.

Dico tridiſtinctionem quadrimembrem huiuſmodi vnam eſſe.

Demonſtr.

Membri *A B C*, tres partes *A*, *B*, *C*, ſingulæ trifariam
def. 7. aſſumptæ, cum contradictorijs reliquarum, collimitant tria membra *A b c*, *a B c*, *a b C*, ab *A B C*, re-
21. 2. mota: cumque ſingulæ, ſingularumque contradi-
20. 2. ctoriæ omnes, & non vna eadem, ad collimitanda omnia membra, fuerint aſſumptæ, manifeſtum eſt tridiſtinctionem quadrimembrem eſſe *ABC*, *Abc*, *aBc*, *abC*, cuius ab vno membro *ABC*, remota tria: cumque huiuſmodi non poſſit aliter eſſe; manifeſtum eſt vnam ſpeciem eſſe.

Quare, &c.

Theor. 27. Prop. 27.

Tridiſtinctiones ſexdecim.

Demonſtr.

8. *b.* Bimembris vna, Trimembres duæ, Quadrimembres
16. *b.* quinque, Quintimembres tres, Sextimembres tres,
19. *b.* Septimembris vna, Octomembris vna, numerum
11. *b.* omnium ſexdecim componunt.
4. *b.*
3. *b.* Quare, &c.
2. *b.*

THEO-

28 Tridiſtinctionis bimembris ſex partes ſingula collimitant membra: vt *ABC*, *abc*.

---

29 Tridiſtinctionis trimembris, cuius vnum par membrorum, tres partes bina, tres ſingula collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *ABc*.

---

30 Tridiſtinctionis trimembris, cuius nullum par, tres partes bina, tres ſingula collimitant: vt *ABC*, *Abc*, *aBc*.

---

31 Tridiſtinctionis quadrimembris duorum parium membrorum, ſex partes bina collimitant: vt *ABC*, *abc*, *Abc*, *aBC*.

---

32 Tridiſtinctionis quadrimembris duorum mediorum inuicem propinquorum, duæ partes terna, duæ bina, duæ ſingula collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *Abc*, *AbC*.

---

33 Tridiſtinctionis quadrimembris duorum mediorum ab inuicem remotorum, vna pars terna, quatuor bina, vna vnum collimitant: vt *ABC*, *abc*, *Abc*, *aBc*.

---

34 Tridiſtinctionis quadrimembris, cuius tria membra reliquo ſunt propinqua, tres partes terna, tres ſingula collimitant: vt *ABC*, *ABc*, *AbC*, *aBC*.

---

35 Tridiſtinctionis quadrimembris, cuius tria membra à reliquo ſunt remota, ſex partes bina collimitant membra: vt *ABC*, *Abc*, *aBc*, *abC*.

---

36 Tridiſtinctionis quintimembris duorum parium, tria terna, tria bina, collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *Abc*.

---

37 Tridiſtinctionis quintimembris trium ab inuicem remoto-

motorum mediorum tres partes terna, tres bina collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *aBC*, *AbC*.

---

38 Tridiſtinctionis quintimembris trium mediorum, duorum vni propinquorum, vna pars quatuor, duæ terna, duæ bina, vna vnum membrum collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *aBc*, *Abc*.

---

39 Tridiſtinctionis ſextimembris trium parium, ſex partes terna collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *aBc*, *AbC*.

---

40 Tridiſtinctionis ſextimembris duorum mediorum ab inuicem remotorum, vna pars quatuor membra, quatuor partes terna, vna duo membra collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *aBc*, *Abc*.

---

41 Tridiſtinctionis ſextimembris duorum mediorum inuicem propinquorum, duæ partes quaterna, duæ terna, duæ bina collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *aBc*, *aBC*.

---

42 Tridiſtinctionis ſeptimembris tres quaterna, tres terna collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *Abc*, *aBC*, *AbC*.

---

43 Tridiſtinctionis octomembris ſex partes quaterna collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *Abc*, *aBC*, *AbC*, *aBc*. Quorum omnium ex ipſo aſpectu characterum, & numeratione, facilis eſt demonſtratio.

Theor. 44. Prop. 44.

Tridiſtinctio bimembris impropriè eſt tridiſtinctio, & veriùs eſt ſimplex diſtinctio.

Demonſtr.

28. *b.* Nam tridiſtinctionis bimembris tres partes, quæ vnũ collimitant membrum, ſunt congruentes; alioquin

quin non duorum tantùm membrorum eſſet tri-
diſtinctio: cumque ſint congruentes, veriùs vna
ſunt pars, quàm tres; & eorum contradictoriæ in-
p.p. uicem congruentes, alia ſunt pars; treſque diſtin-
ctiones, vna ſunt diſtinctio; & tridiſtinctio eſt ſim-
plex diſtinctio. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 45. Prop. 45.

Tridiſtinctio trimembris, cuius vnum par membrorum, eſt bidiſtinctio.

Hypoth.

Eſto tridiſtinctio trimembris, cuius vnum par membrorum *ABC, abc, ABc.*

Dico hanc eſſe bidiſtinctionem *BC, bc, Bc.*

Demonſtr.

reg. 8. 3. Quoniam *A, B*, non niſi ſimul collimitant, ſunt con-
gruentes, & ſunt vna pars *B*; item *a. b*, congruen-
p.p. tes ſunt, & pars vna *b*; & duæ diſtinctiones *A*, *a*;
5. 3. *B, b*, vna diſtinctio *B*, *b*: quæ cum diſtinctione *C*, *c*,
faciunt bidiſtinctionem trimembrem *BC*, *bc*, *Bc*;
non bimembrem, alioquin *Bc*, non collimitarent;
2. 3. nec quadrimembrem, alioquin *bC*, collimitarent,
4. 3. ideoque etiam *abC*, collimitarent, contra hypo-
def. 6. p. theſim.
Quare, &c.

Theor. 46. Prop. 46.

Tridiſtinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, eſt bidiſtinctio.

Hypoth.

Eſto tridiſtinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, *ABC, abc, Abc, aBC.*

Dico hanc eſſe bidiſtinctionem *AC, ac, Ac, aC.*

De-

Demonſtr.

reg.8.3. Quoniam *B*, *C*, non niſi ſimul collimitant, ſunt congruentes, & ſunt vna pars *C*; item *b*, *c*, ſunt vna

p.p. 5.3. pars *c*; & duæ diſtinctiones *B*, *b*; *C*, *c*, vna diſtinctio: quæ cum diſtinctione *A*, *a*, faciunt bidiſtinctionem quadrimembrem *AC*, *ac*, *Ab*, *aC*. Quod, &c.

Quare, &c.

LAVS DEO.

Vidi ego Silueſter Bonfiliolus Philoſ. & Med. Doct. pro Reuerendiſs. P. Inquiſit. Bonon. & admitti poſſe cenſui.

V. D. Fulgentius Orighetus Pœnitentiar. pro Eminentiſs. & Reuerendiſs. D. D. Card. Hieronymo Boncompagno, Bonon. Archiepiſc. & Principe.

Imprimatur

Vic. S. Officij Bonon.

Printed in Italy

Digitized by Google

UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 06360 9567
510